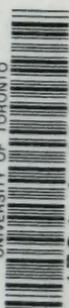


UNIVERSITY OF TORONTO



3 1761 01086624 2

Charlier, Carl Vilhelm  
Ludwig

Die Bewegung der Sterne  
verschiedener Spektraltypen

QB

811

C438



PURCHASED FOR THE  
UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

FROM THE  
CANADA COUNCIL SPECIAL GRANT

FOR  
HIST SCI '68

ARKIV FÖR MATEMATIK, ASTRONOMI OCH FYSIK

UTGIVET AF

K. SVENSKA VETENSKAPSAKADEMIEN

BAND 14. N:o 18.

---

DIE BEWEGUNG  
DER STERNE VERSCHIEDENER  
SPEKTRALTYPEN

VON

C. V. L. CHARLIER und W. GYLLENBERG

---

STOCKHOLM

ALMQVIST & WIKSELLS BOKTRYCKERI-A.-B.

BERLIN

R. FRIEDLÄNDER & SOHN  
11 CARLSTRASSE

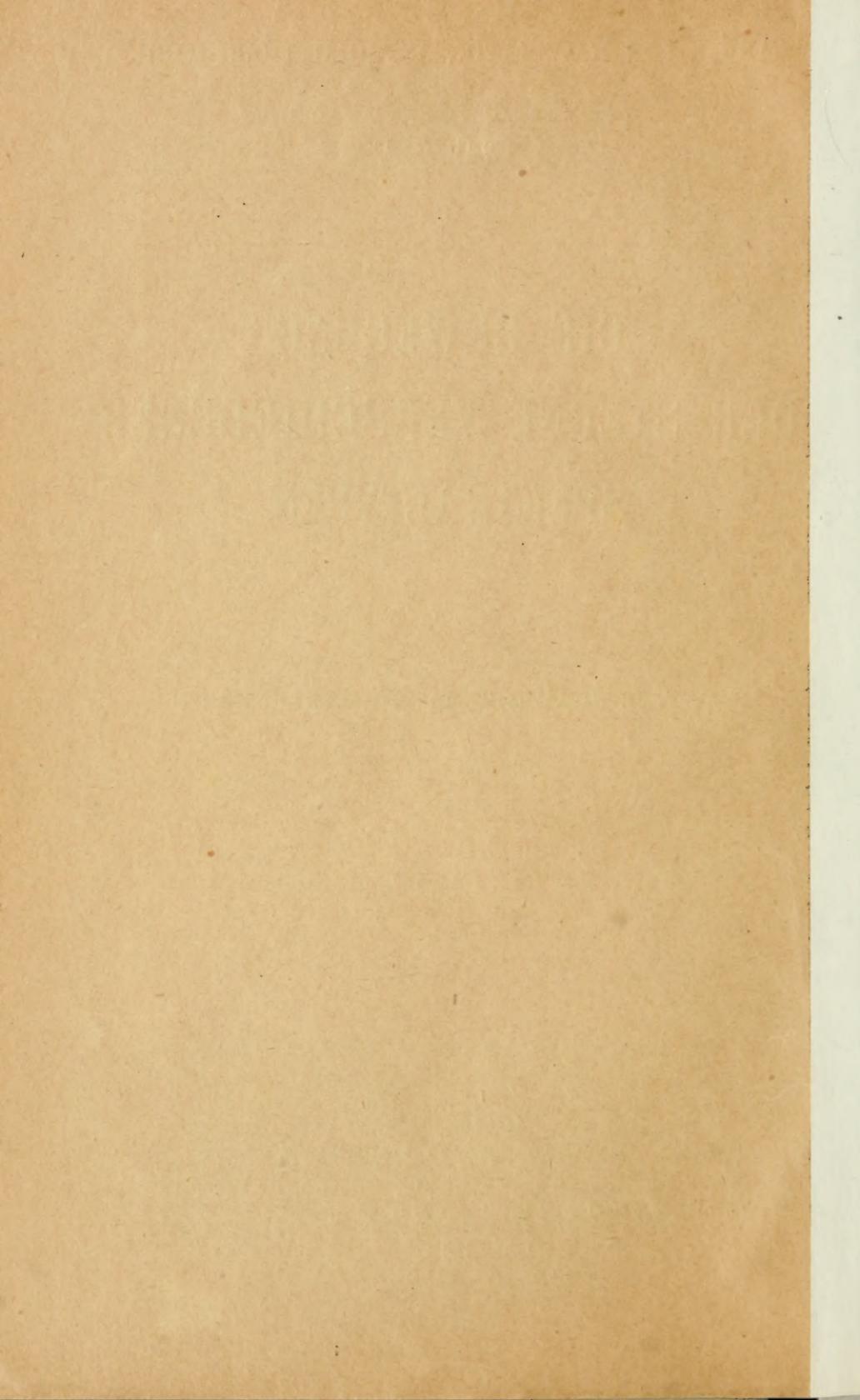
LONDON

WILLIAM WESLEY & SON  
28 ESSEX STREET, STRAND

PARIS

LIBRAIRIE C. KLINCKSIECK  
11 RUE DE LILLE

1919



Meddelande från Lunds astronomiska observatorium.

No 92

## Die Bewegung der Sterne verschiedener Spektraltypen.

Von

C. V. L. CHARLIER und W. GYLLENBERG

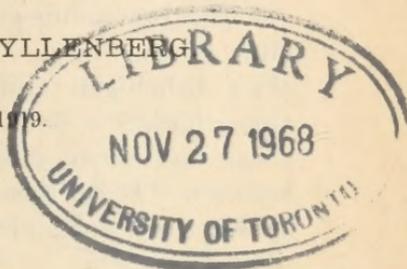
Vorgelegt am 12. Februar 1909.

I.

In den Abhandlungen über Stellarastronomie, die in den letzten Jahren in L. M. publiziert worden sind, ist die Hauptaufgabe, ein Studium der Sternbewegungen auf Grundlage der unitarischen Hypothese gewesen.<sup>1</sup> Dabei wurden nicht nur die Eigenbewegungen der Sterne sondern auch deren Geschwindigkeit im Visionsradius in Betracht genommen. Das Beobachtungsmaterial waren die Eigenbewegungen der »Preliminary Catalogue« von Boss und die Radialgeschwindigkeiten, die hauptsächlich auf den Sternwarten *Lick*, *Alleghany*, *Mount Wilson* und *Yerkes* beobachtet worden sind.

Um die Resultate gleichförmig zu machen, wurden nur die Eigenbewegungen der Sterne, die heller als  $5^m,9$  waren, in Betracht genommen. Gleichfalls wurde betreffs der Radialgeschwindigkeiten eine untere Grenze  $4^m,9$  für die scheinbare Sternhelligkeit festgestellt. Für fast alle Sterne, heller als diese

<sup>1</sup> CHARLIER, L. M. II, Nr. 8, Constitution of the Milky Way. CHARLIER, L. M. II, Nr. 9, The motion of the stars. WICKSELL, L. M. II, Nr. 12, The general characteristics of the frequency function of stellar movements as derived from the proper motions of the stars. GYLLENBERG, L. M. II, Nr. 13, Stellar velocity distribution as derived from observation in the line of sight.



Grösse, liegen genaue spektroskopische Geschwindigkeitsbestimmungen vor.

Wegen der grossen Zahl von Eigenbewegungen war es möglich, eine Bestimmung der charakteristischen Koeffizienten der Verteilung der Geschwindigkeiten bis zur vierten Ordnung zu machen. Eine solche Untersuchung war von besonderem Interesse, nicht nur weil sie die Abweichungen der Beobachtungen von der generalisierten ellipsoidischen Hypothese zeigte, sondern auch weil es gleichzeitig möglich war, eine Bestimmung der fundamentalen Konstante  $\lambda_1$  in der Dichtigkeitsfunktion der Sternverteilung zu erhalten. Eine derartige Bestimmung wurde auch von WICKSELL gemacht.

Die Rechnung gibt aber nicht diese Konstante in expliziter Form. In L. M. II, 9 wurde gezeigt, dass die Momente einer beliebigen Ordnung der absoluten Sternbewegung als eine Funktion der Momente der scheinbaren Sternbewegung und einer gewissen Konstante  $q'$  dargestellt werden konnten. Diese Konstante ist mit der genannten Konstante  $\lambda_1$  durch die folgende Relation verbunden

$$(1) \quad q' = e^{-b^2 k^2 \lambda_1 (1 - \lambda_1)}.$$

Hier bedeutet  $b$   $0,2 : \text{Mod} (= 0,4605)$ , und  $k$  ist die Dispersion der scheinbaren Grössen der Sterne.

Aus der Definition der Konstante  $\lambda_1$  der Dichtigkeitsfunktion ist ersichtlich, dass diese Konstante immer positiv sein muss und kleiner als die Einheit. Folglich finden wir auch dieselbe Bedingung betreffend die neue Konstante  $q'$ , so dass wir

$$0 \leq q' \leq 1$$

schreiben können.

Der Maximalwert  $q' = 1$  entspricht entweder  $\lambda_1 = 1$  oder  $\lambda_1 = 0$ . Im Falle  $\lambda_1 = 0$  ist der mittlere Abstand der Sterne konstant und hängt nicht von der scheinbaren Sterngrösse ab.

Wenn die Momente zweiter Ordnung der Eigenbewegungen in Betracht genommen werden, sind dieselben als lineare Funktionen von  $q'$  dargestellt und folglich gibt die Vergleichung dieser Momente mit den Momenten der Radialgeschwindigkeiten eine direkte Bestimmung von  $q'$ .

Für Radialgeschwindigkeiten liegen aber nur Beobachtungen bis zur Sterngrösse 4,9 vor. Die mittleren Geschwindigkeiten dieser Sterne sind nicht ohne weiteres mit den Resultaten der Eigenbewegungen der Sterne bis zu  $5^m,9$  vergleichbar. Auch wenn wir voraussetzen, dass die mittlere absolute Geschwindigkeit vom Abstand unabhängig ist, ist doch ein Unterschied zwischen der Geschwindigkeitsverteilung der Sterne bis zur 5:ten und 6:ten Sterngrösse zu erwarten, gerade wegen der verschiedenen Verteilung der Spektraltypen. Aus den spektroskopischen Messungen ist die mittlere Geschwindigkeit der Sterne jedes Spektraltypus genau bekannt. Wenn wir also von Sternen bis zu einer bestimmten Grösse die relative Verteilung der verschiedenen Spektraltypen kennen, ist es möglich, die entsprechende ellipsoidische Geschwindigkeitsfläche zu berechnen.

Der durch die Vergleichung der Momente zweiter Ordnung enthaltene Wert von  $q'$  war nach GYLLENBERG 0,50, während WICKSELL aus den Momenten höherer Ordnung als wahrscheinlichsten Wert 0,75 fand. Bei beiden Bestimmungen ist aber der mittlere Fehler zu klein, als dass die Verschiedenheit der beiden Werte als zufällig angesehen werden könnte.

Eine andere Eigentümlichkeit, deren Erklärung sich wahrscheinlich auch durch ein Studium der einzelnen Spektralklassen finden lässt, ist die grosse Abweichung der Verhältnisse der Achsen des ellipsoidischen Geschwindigkeitsfläche, wenn diese von den Eigenbewegungen oder von den Radialgeschwindigkeiten abgeleitet ist. Die *Richtungen* der drei Achsen dagegen, die genau mit dem Pole und der Ebene der Milchstrasse zusammenfallen, stimmen in den beiden Rechnungen gut überein. Zwar ist es möglich, durch eine arbiträre Variation der mittleren Parallaxe der betreffenden Sterne mit der galaktischen Breite eine bessere Übereinstimmung zu erzielen, jedoch ist eine solche Hypothese als kaum wahrscheinlich zu betrachten.

Der Ort des Prinzipal-Vertex (und auch der anderen Vertices) ist von dem Wert  $q'$  abhängig. Ausserdem bemerken wir, dass die Lösung von KAPTEYN auf ein Studium der Verteilung der Positionswinkel der Eigenbewegungen gegründet ist. Die hieraus abgeleitete Geschwindigkeitsverteilung fällt, wie auch von WICKSELL bemerkt ist, nicht mit der Verteilung der absoluten Bewegungen zusammen. Wenn zum Beispiel

in einem gewissen Gebiet des Himmels die Positionswinkel eine bestimmte Vertexrichtung andeuten, so ist es immer möglich, durch eine Variation des linearen Masses der Eigenbewegungen den *absoluten* Geschwindigkeiten eine beliebige Vertexrichtung zu geben.

Wir müssen also die Verschiedenheit der beiden Definitionen der Hauptrichtungen der Sternenbewegungen ins Auge fassen. Es muss auch bemerkt werden, dass die in den erwähnten Arbeiten sogenannte scheinbare Geschwindigkeitsverteilung (d. i. wenn  $q'$  gleich eins gesetzt wird) auch nicht mit der KAPTEYN'schen Geschwindigkeitsverteilung zusammenfällt.

## II.

Die vorliegende Arbeit ist eine statistische Untersuchung der Sternbewegungen der verschiedenen Spektraltypen auf Grundlage der Eigenbewegungen. Diese Letzteren sind aus »Boss' *Preliminary Catalogue*» genommen, die Sterngrößen und die Spektraltypen aber aus Harvard Annalen Nr. 50. Wegen der Knappheit des Materials werden nur die Haupttypen der Spektren B, A, F, G, K, M in Betracht genommen. Gleich bei den früheren Untersuchungen wurden alle Sterne schwächer als  $6^m,00$  ausgeschlossen, und ebenso Sterne, deren Eigenbewegungen grösser als  $0'',400$  waren.

Die Sterne verteilen sich folgendermassen auf die Spektraltypen:

Spektr.-Typus	Zahl von Sternen	Spektr.-Typus	Zahl von Sternen
B	694	G	379
A	1281	K	1135
F	508	M	190

Die erste Aufgabe ist, den Ort des Apex und die mittlere Geschwindigkeit der Sterne zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurden die mittleren Werte der Bewegungen in Rektaszension und Deklination jedes Felds berechnet. Tabelle 1 ist eine Zusammenfassung dieser Zahlen  $x_0$  und  $y_0$  für jeden Spektraltypus. Die Bewegungen sind in Bogensekunden pro Jahr ausgedrückt.

Tabelle 1 a.  $x_0 = \frac{1}{N} \sum A \alpha \cos \delta$ .

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
A <sub>1</sub>	+0,0029	5	+0,0001	23	+0,0176	10	-0,0139	4	+0,0165	22	-0,0096	5
A <sub>2</sub>	-0,0022	5	+0,0049	27	+0,0376	11	-0,0006	5	-0,0151	30	-0,0469	3
B <sub>1</sub>	+0,0228	26	+0,0385	34	+0,0271	10	+0,0059	10	+0,0252	18	+0,1830	1
B <sub>2</sub>	+0,0201	26	+0,0178	32	+0,0408	17	+0,0312	14	+0,0174	16	+0,0189	4
B <sub>3</sub>	+0,0084	6	+0,0010	32	+0,0213	6	-0,0237	6	+0,0090	24	+0,0197	6
B <sub>4</sub>	-0,0106	2	-0,0293	25	+0,0390	11	-0,0186	14	-0,0311	15	—	0
B <sub>5</sub>	-0,0257	1	-0,0298	22	-0,1070	17	-0,0334	4	-0,0650	24	+0,0041	1
B <sub>6</sub>	-0,0722	2	-0,0381	28	-0,0561	7	-0,0183	2	-0,0259	11	-0,0186	7
B <sub>7</sub>	-0,0098	6	-0,0159	24	-0,0613	11	-0,0707	15	-0,0223	18	-0,0215	8
B <sub>8</sub>	-0,0044	10	+0,0077	30	+0,0406	12	+0,0231	7	+0,0026	22	-0,0026	4
B <sub>9</sub>	+0,0047	26	+0,0289	44	+0,0356	14	-0,0095	10	+0,0342	28	+0,0097	3
B <sub>10</sub>	+0,0068	18	+0,0313	33	+0,0637	13	+0,0380	2	+0,0325	28	+0,0237	7
C <sub>1</sub>	+0,0108	3	+0,0322	22	+0,0058	8	+0,0129	8	+0,0430	20	+0,0572	3
C <sub>2</sub>	+0,0220	24	+0,0271	29	+0,1242	15	-0,0092	9	+0,0694	14	-0,0110	2
C <sub>3</sub>	+0,0062	33	+0,0436	70	+0,0346	12	+0,0214	9	+0,0158	21	+0,0167	4
C <sub>4</sub>	-0,0023	10	-0,0076	39	-0,0017	10	-0,0280	12	-0,0218	27	+0,0193	3
C <sub>5</sub>	-0,0208	2	-0,0204	22	-0,0539	8	-0,0553	7	-0,0358	21	-0,0207	3
C <sub>6</sub>	-0,0883	3	-0,0265	24	-0,1168	6	-0,0592	7	-0,0080	12	-0,0068	7
C <sub>7</sub>	-0,0702	1	-0,0304	25	-0,1357	4	-0,0557	9	-0,0641	19	-0,0040	3
C <sub>8</sub>	+0,0365	1	-0,0170	29	-0,0692	6	-0,0670	4	-0,0361	31	-0,0122	2
C <sub>9</sub>	-0,0082	6	-0,0045	31	-0,0448	10	+0,0032	7	-0,0364	24	-0,0001	6
C <sub>10</sub>	-0,0002	12	+0,0075	48	+0,0443	11	+0,0180	10	+0,0277	24	-0,0366	4
C <sub>11</sub>	+0,0082	9	+0,0328	27	+0,0472	12	+0,0382	7	+0,0101	21	+0,0016	3
C <sub>12</sub>	+0,0166	7	+0,0291	16	+0,1113	8	+0,0230	3	+0,0565	21	+0,0211	6
D <sub>1</sub>	+0,0102	2	+0,0458	10	-0,0014	9	+0,0683	3	+0,0200	21	+0,0506	5
D <sub>2</sub>	+0,0100	10	+0,0007	18	+0,1591	12	+0,0557	8	+0,0529	11	+0,0090	5
D <sub>3</sub>	-0,0006	33	+0,0050	36	-0,0127	11	+0,0136	5	+0,0062	18	+0,0054	3
D <sub>4</sub>	-0,0126	40	-0,0084	36	-0,0366	17	-0,0136	9	-0,0075	37	-0,0112	4
D <sub>5</sub>	-0,0194	7	-0,0281	21	-0,0255	8	-0,0423	13	-0,0271	23	-0,0216	2
D <sub>6</sub>	-0,0334	6	-0,0667	12	-0,1082	4	-0,0452	6	-0,0437	15	-0,0343	3
D <sub>7</sub>	-0,0650	4	-0,0901	14	-0,0295	9	+0,0171	10	-0,0490	18	-0,0444	4
D <sub>8</sub>	-0,0253	18	-0,0362	22	-0,0697	10	-0,0279	5	-0,0173	29	-0,0302	2

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
D <sub>9</sub>	-0,0076	12	-0,0182	21	+0,0306	12	-0,0157	8	-0,0172	14	+0,0193	5
D <sub>10</sub>	+0,0089	17	+0,0135	26	-0,0295	11	+0,0335	15	+0,0066	37	+0,0359	1
D <sub>11</sub>	+0,0059	7	+0,0398	21	+0,0757	12	+0,0531	11	+0,0229	19	-0,0110	5
D <sub>12</sub>	+0,0259	10	+0,0474	21	+0,1463	5	+0,0159	7	+0,0169	29	-0,0075	4
E <sub>1</sub>	+0,0389	6	+0,0595	13	+0,0995	10	+0,0002	6	+0,0296	22	-0,0122	4
E <sub>2</sub>	+0,0422	5	+0,0226	12	+0,0868	12	+0,0120	9	+0,0207	24	+0,0016	2
E <sub>3</sub>	-0,0053	20	-0,0177	30	-0,0454	14	-0,0083	15	+0,0150	33	-0,0171	6
E <sub>4</sub>	-0,0181	64	-0,0268	43	-0,0619	19	-0,0084	12	-0,0168	41	-0,0070	4
E <sub>5</sub>	-0,0252	26	-0,0473	38	-0,0242	14	-0,0590	8	-0,0186	33	-0,0755	3
E <sub>6</sub>	-0,0345	48	-0,0683	24	-0,0551	11	-0,0609	8	-0,0556	21	-0,0385	7
E <sub>7</sub>	-0,0220	49	-0,0149	26	-0,0440	14	+0,0372	6	-0,0439	24	+0,0102	2
E <sub>8</sub>	-0,0070	32	+0,0019	22	+0,0026	9	-0,0040	8	-0,0076	32	-0,0491	4
E <sub>9</sub>	-0,0001	7	+0,0381	21	+0,0682	9	+0,0076	1	+0,0192	22	+0,0317	3
E <sub>10</sub>	+0,0535	6	+0,0554	16	+0,0236	9	+0,0387	7	+0,0156	29	+0,0288	4
F <sub>1</sub>	-0,0092	12	-0,0151	21	-0,0012	13	-0,0080	8	+0,0011	29	-0,0253	7
F <sub>2</sub>	+0,0034	9	+0,0085	21	-0,0480	5	+0,0194	6	-0,0090	43	-0,0182	6

Tabelle 1 b.  $y_0 = \frac{1}{N} \sum A\delta$ .

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
A <sub>1</sub>	-0,0001	5	-0,0501	23	-0,0583	10	+0,0255	4	-0,0199	22	-0,0316	5
A <sub>2</sub>	+0,0292	5	+0,0325	27	+0,0207	11	+0,0105	5	+0,0415	30	+0,0244	3
B <sub>1</sub>	-0,0081	26	-0,0250	34	+0,0200	10	-0,0690	10	-0,0237	18	-0,1150	1
B <sub>2</sub>	-0,0174	26	-0,0339	32	-0,0421	17	-0,0486	14	-0,0184	16	-0,0320	4
B <sub>3</sub>	-0,0230	6	-0,0249	32	-0,0828	6	-0,1227	6	-0,0463	24	-0,0110	6
B <sub>4</sub>	-0,0425	2	-0,0349	25	-0,0185	11	-0,0259	14	-0,0339	15	-	0
B <sub>5</sub>	-0,0410	1	-0,0185	22	-0,0362	17	-0,0435	4	-0,0476	24	+0,0250	1
B <sub>6</sub>	-0,0055	2	-0,0010	28	+0,0049	7	+0,0170	2	-0,0292	11	-0,0126	7
B <sub>7</sub>	-0,0097	6	-0,0002	24	+0,0519	11	+0,0251	15	+0,0133	18	-0,0399	8
B <sub>8</sub>	-0,0038	10	+0,0255	30	-0,0083	12	+0,0169	7	-0,0133	22	+0,0370	4
B <sub>9</sub>	-0,0004	26	+0,0155	44	+0,0444	14	-0,0355	10	+0,0173	28	+0,0163	3
B <sub>10</sub>	-0,0041	18	-0,0062	33	+0,0002	13	+0,0265	2	-0,0045	28	+0,0060	7

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
C <sub>1</sub>	-0,0140	3	-0,0455	22	-0,0478	8	-0,0645	8	-0,0264	20	-0,0157	3
C <sub>2</sub>	-0,0367	24	-0,0327	29	-0,0372	15	-0,0472	9	-0,0324	14	-0,0465	2
C <sub>3</sub>	-0,0220	33	-0,0273	70	-0,0310	12	-0,0370	9	-0,0452	21	-0,0200	4
C <sub>4</sub>	-0,0202	10	-0,0241	39	-0,0481	10	-0,0222	12	-0,0457	27	-0,0523	3
C <sub>5</sub>	-0,0065	2	-0,0426	22	-0,1448	8	-0,0704	7	-0,0479	21	-0,0513	3
C <sub>6</sub>	-0,0043	3	-0,0282	24	-0,0702	6	-0,0141	7	-0,0632	12	-0,0589	7
C <sub>7</sub>	-0,0390	1	-0,0189	25	+0,0320	4	-0,0536	9	-0,0287	19	-0,0097	3
C <sub>8</sub>	-0,0250	1	-0,0181	29	-0,0125	6	-0,0462	4	-0,0335	31	-0,0140	2
C <sub>9</sub>	-0,0132	6	-0,0314	31	+0,0190	10	-0,0044	7	-0,0254	24	-0,0142	6
C <sub>10</sub>	-0,0113	12	-0,0040	48	-0,0757	11	-0,0153	10	-0,0231	24	-0,0332	4
C <sub>11</sub>	-0,0104	9	-0,0032	27	-0,0946	12	-0,0663	7	-0,0275	21	-0,0247	3
C <sub>12</sub>	-0,0044	7	-0,0287	16	+0,0014	8	-0,0167	3	-0,0279	21	+0,0043	6
D <sub>1</sub>	+0,0025	2	+0,0069	10	-0,0133	9	-0,0287	3	-0,0340	21	-0,0136	5
D <sub>2</sub>	-0,0114	10	-0,0138	18	-0,0652	12	-0,0320	8	-0,0453	11	+0,0064	5
D <sub>3</sub>	-0,0033	33	-0,0068	36	+0,0012	11	-0,0152	5	-0,0518	18	-0,0123	3
D <sub>4</sub>	+0,0006	40	-0,0039	36	-0,0296	17	+0,0274	9	-0,0183	37	+0,0248	4
D <sub>5</sub>	-0,0101	7	-0,0109	21	+0,0178	8	-0,0124	13	-0,0065	23	-0,0270	2
D <sub>6</sub>	-0,0122	6	-0,0078	12	-0,0058	4	+0,0480	6	-0,0086	15	-0,0200	3
D <sub>7</sub>	-0,0262	4	-0,0211	14	-0,0696	9	-0,0290	10	-0,0156	18	-0,0192	4
D <sub>8</sub>	-0,0291	18	-0,0328	22	-0,0711	10	-0,0366	5	-0,0429	29	-0,0386	2
D <sub>9</sub>	-0,0251	12	-0,0253	21	-0,0777	12	-0,0691	8	-0,0350	14	-0,0764	5
D <sub>10</sub>	-0,0152	17	-0,0378	26	-0,0714	11	-0,0005	15	-0,0461	37	+0,0100	1
D <sub>11</sub>	-0,0123	7	-0,0370	21	-0,0489	12	-0,0005	11	-0,0436	19	-0,0234	5
D <sub>12</sub>	-0,0158	10	-0,0063	21	-0,0340	5	0,0000	7	-0,0459	29	-0,0042	4
E <sub>1</sub>	-0,0218	6	+0,0011	13	-0,0145	10	-0,0612	6	-0,0194	22	-0,0425	4
E <sub>2</sub>	-0,0082	5	+0,0013	12	+0,0650	12	-0,0284	9	-0,0068	24	+0,0015	2
E <sub>3</sub>	+0,0100	20	+0,0278	30	+0,0569	14	+0,0321	15	-0,0120	33	+0,0203	6
E <sub>4</sub>	-0,0032	64	-0,0020	43	+0,0201	19	-0,0115	12	-0,0150	41	-0,0018	4
E <sub>5</sub>	-0,0049	26	-0,0064	38	-0,0466	14	-0,0006	8	-0,0156	33	+0,0063	3
E <sub>6</sub>	-0,0281	48	-0,0398	24	-0,0805	11	-0,0181	8	-0,0340	21	-0,0631	7
E <sub>7</sub>	-0,0326	49	-0,0368	26	-0,0792	14	-0,0233	6	-0,0485	24	-0,0155	2
E <sub>8</sub>	-0,0268	32	-0,0658	22	-0,1317	9	-0,0089	8	-0,0490	32	-0,0672	4
E <sub>9</sub>	-0,0490	7	-0,0435	21	-0,1099	9	+0,0040	1	-0,0224	22	-0,0323	3
E <sub>10</sub>	-0,0297	6	-0,0356	16	+0,0030	9	-0,0891	7	-0,0356	29	-0,0082	4
F <sub>1</sub>	+0,0303	12	+0,0391	21	+0,1250	13	+0,0989	8	+0,0492	29	+0,0330	7
F <sub>2</sub>	-0,0302	9	-0,0275	21	-0,1064	5	+0,0227	6	-0,0387	43	-0,0656	6

Jeder Stern definiert ein Koordinatensystem, dessen  $z$ -Achse gegen den Stern gerichtet ist und dessen  $x$ - und  $y$ -Achsen mit der Richtung wachsender Rektaszension und Deklination zusammenfallen. Bezeichnen wir mit  $\gamma_{ij}$  die Richtungskosinen dieses Systems zum Äquatorsystem, so sind, wenn  $U''$ ,  $V''$  und  $W''$  die absoluten Geschwindigkeiten eines Sterns im Verhältnis zur Sonne im Äquatorsystem bezeichnen, die entsprechenden Geschwindigkeiten im ersten System auf der Himmelsphäre projiziert.

$$(2) \quad \begin{aligned} U &= \gamma_{11} U'' + \gamma_{21} V'' + \gamma_{31} W'', \\ V &= \gamma_{12} U'' + \gamma_{22} V'' + \gamma_{32} W''. \end{aligned}$$

Schreiben wir

$$\vartheta_1 = M \left( \frac{1}{r} \right)$$

und demnach

$$U = \frac{x}{\vartheta_1}, \quad V = \frac{y}{\vartheta_1},$$

so bekommen wir statt (2)

$$(3) \quad \begin{aligned} x &= \gamma_{11} \vartheta_1 U'' + \gamma_{21} \vartheta_1 V'' + \gamma_{31} \vartheta_1 W'', \\ y &= \gamma_{12} \vartheta_1 U'' + \gamma_{22} \vartheta_1 V'' + \gamma_{32} \vartheta_1 W''. \end{aligned}$$

Jedes Feld enthält eine Anzahl von Gleichungen von der Form (3), die der Anzahl von Sternen gleich ist. Bilden wir die Mittel und werden diese Mittelwerte mit Index Null bezeichnet, so bekommen wir statt (3)

$$(4) \quad \begin{aligned} x_0 &= \gamma_{11} \vartheta_1 U''_0 + \gamma_{21} \vartheta_1 V''_0 + \gamma_{31} \vartheta_1 W''_0, \\ y_0 &= \gamma_{12} \vartheta_1 U''_0 + \gamma_{22} \vartheta_1 V''_0 + \gamma_{32} \vartheta_1 W''_0. \end{aligned}$$

Die Richtungskosinen beziehen sich jetzt auf die Schwerpunkte der Felde.

Jeder Spektraltypus liefert 48 Gleichungen von dieser Form, welche wir nach der Methode der kleinsten Quadrate zu lösen haben. Wenn alle Gleichungen (3) dasselbe Gewicht

erhalten, bekommen die Normalgleichungen das folgende einfache Aussehen:

$$(5) \quad \begin{aligned} 31,7680 \vartheta_1 U''_0 &= [\gamma_{11} x_0] + [\gamma_{12} y_0], \\ 31,6468 \vartheta_1 V''_0 &= [\gamma_{21} x_0] + [\gamma_{22} y_0], \\ 32,8888 \vartheta_1 W''_0 &= [\gamma_{32} y_0]. \end{aligned}$$

Bemerken wir, dass

$$\begin{aligned} U''_0 &= -\Omega_0 \cos D \cos A, \\ V''_0 &= -\Omega_0 \cos D \sin A, \\ W''_0 &= -\Omega_0 \sin D, \end{aligned}$$

wo  $A$  und  $D$  die Koordinaten des Apex bezeichnen und  $\Omega_0$  die mittlere Geschwindigkeit der Sterne ist (die Sonne als ruhend betrachtend), so erhalten wir aus (5) alle Konstanten der Apexlösung:

$$\operatorname{tg} A = \vartheta_1 V''_0 : \vartheta_1 U''_0, \quad \sin D = -\vartheta_1 W''_0 : \vartheta_1 \Omega_0,$$

und

$$\vartheta_1 \Omega_0 = \sqrt{(\vartheta_1 U''_0)^2 + (\vartheta_1 V''_0)^2 + (\vartheta_1 W''_0)^2}.$$

Folgende Tabelle gibt eine Zusammenfassung der Resultate:

Spektr.-Typus	$\vartheta_1 U''_0$	$\vartheta_1 V''_0$	$\vartheta_1 W''_0$	$\vartheta_1 \Omega_0$	Mittl. Fehler	Apex		Mittl. Fehler
						$A$	$D$	
B	−,0031	+ ,0299	−,0183	,0352	±,0011	275°,9	+31°,2	±3°,2
A	+ ,0025	+ ,0440	−,0217	,0491	±,0017	266,9	+26,2	±2,0
F	+ ,0015	+ ,0810	−,0372	,0891	±,0059	269,0	+24,6	±3,8
G	+ ,0017	+ ,0352	−,0273	,0447	±,0046	264,0	+37,5	±5,9
K	−,0070	+ ,0382	−,0339	,0515	±,0014	280,3	+41,1	±2,7
M	−,0023	+ ,0312	−,0231	,0384	±,0035	274,2	+36,7	±5,2

Hier bedeutet  $\vartheta_1 \Omega_0$  die parallaktische Bewegung der Sterne. Wie schon in L. M. 68 bewiesen wurde, ist diese

parallaktische Bewegung nahe gleich für alle Spektraltypen mit Ausnahme vom Typus F, für welchen diese Bewegung nicht unbedeutend grösser ist. In L. M. 68 waren die Typen F und G zusammen behandelt und haben eine grössere parallaktische Bewegung als die anderen Typen gezeigt. Wir finden, dass der Typus F allein für diese Vergrösserung verantwortlich ist. Nehmen wir auf die mittleren Fehler Ansicht, so treten die Typen B und M auf als die Typen mit der kleinsten parallaktischen Bewegung, obgleich sie sich sehr wenig von den anderen Typen, mit Ausnahme von Typus F, unterscheiden.

Die mittleren Fehler in  $\vartheta_1 \Omega_0$  und im Apexort sind nur approximativ und folgendermassen abgeleitet. Aus den Berechnungen der Momente zweiter Ordnung (die später ausgeführt worden sind) ist die mittlere Geschwindigkeit der scheinbaren Bewegung bekannt. Wird diese mit  $\sigma$  bezeichnet, so können wir der mittlere Fehler der Tabelle 1 annähernd gleich

$$\varepsilon(x_0) = \varepsilon(y_0) = \sigma \sqrt{\frac{48}{N}}$$

setzen. Hier ist  $N$  die Gesamtzahl der Sterne jeder Spektralgruppe. Wenn wir ferner die Koeffizienten der linken Seite der Gleichungen (5) gleich 32 setzen, so schreiben wir

$$\varepsilon(\vartheta_1 U_0'') = \varepsilon(\vartheta_1 V_0'') = \varepsilon(\vartheta_1 W_0'') = \varepsilon(\vartheta_1 \Omega_0) = \sigma \sqrt{\frac{3}{2N}}$$

Weiter bekommen wir die mittlere Fehler der Apexkoordinaten

$$\varepsilon(A) = \varepsilon(D) = \varepsilon(\vartheta_1 \Omega_0) : \vartheta_1 \Omega_0,$$

in Radianen ausgedrückt.

Es bleibt noch übrig, den mittleren Wert von  $\vartheta_1$  zu berechnen. Zu diesem Zwecke müssen wir die relative Geschwindigkeit  $\Omega_0$ , jedes Spektraltypus (in Verhältnis zur Sonne) kennen. Benutzen wir die Werte, die von GYLLENBERG aus den Radialgeschwindigkeiten abgeleitet worden sind, so erhalten wir folgende Tabelle:

Spektr.- Typus	$\Omega_0$ (in Sir.)	$\vartheta_1$	$H$ (in Sir.)
B	4,658	,0366 $\pm$ ,0011	27,3
A	4,167	,0571 $\pm$ ,0020	17,5
F	4,110	,1052 $\pm$ ,0070	9,5
G	3,960	,0547 $\pm$ ,0056	18,3
K	4,115	,0607 $\pm$ ,0028	16,5
M	4,427	,0426 $\pm$ ,0038	23,5

In der letzten Kolumne sind die entsprechenden Werte des harmonischen mittleren Abstandes der Sterne gegeben.

Um  $\vartheta_1 U_0$ ,  $\vartheta_1 V_0$ ,  $\vartheta_1 W_0$  in Radianen auszudrücken, haben wir das Bogenmass mit 4,848 zu multiplizieren.

### III.

Wir wollen nun die Frequenz der Geschwindigkeiten betrachten. Eine detaillierte Beschreibung der benutzten Methode ist in L. M. II, 9 zu finden; wir wollen hier nur einige Definitionen der Bezeichnungen geben.

In den verschiedenen Feldern bilden wir die Momente teils um den Nullpunkt der Koordinaten — die Momente  $\nu'_{ij}$  — und teils um den Mittelwert — die Momente  $\nu_{ij}$  —. Wenn wie vorher  $x$  und  $y$  die Bewegungen eines arbiträren Sterns bezeichnen, so schreiben wir das erste dieser Momente

$$\nu'_{ij} = \Sigma x^i y^j : N.$$

Im vorliegenden Falle umfasst die Untersuchung nur die Momente zweiter Ordnung. Wir haben folglich  $i + j = 2$  zu setzen. Die betreffenden Momente werden dann

$$\nu'_{20} = \Sigma x^2 : N, \quad \nu'_{11} = \Sigma xy : N, \quad \nu'_{02} = \Sigma y^2 : N.$$

Diese Ausdrücke sind für jedes Feld numerisch berechnet. Wenn die Mittelwerte  $x_0$  und  $y_0$  bekannt sind, bilden wir jetzt die entsprechenden Momente um den Mittelpunkt

$$(7) \quad \begin{aligned} \nu_{20} &= \nu'_{20} - x_0^2, \\ \nu_{11} &= \nu'_{11} - x_0 y_0, \\ \nu_{02} &= \nu'_{02} - y_0^2. \end{aligned}$$

Die numerischen Werte dieser Momente sind in Tabelle 2 tabuliert. Wie in Tabelle 1 sind die Zahlen in Bogenmass ausgedrückt.

Hieraus wollen wir jetzt sämtliche sechs Momente zweiter Ordnung im Äquatorsystem bilden. Zur Vereinfachung wollen wir annehmen, dass in einem bestimmten Feld  $x$  und  $y$  die Geschwindigkeiten eines Sterns im Verhältnis zum Mittelwert bedeuten. Mittelst der Gleichungen (3), die die Geschwindigkeitskomponenten im Äquatorsystem enthalten, bekommen wir nun die quadratischen Ausdrücke und das Produkt

$$(8) \quad \begin{aligned} x^2 &= \gamma_{11}^2 \vartheta_1^2 U''^2 + \gamma_{21}^2 \vartheta_1^2 V''^2 + 2\gamma_{11}\gamma_{21} \vartheta_1^2 U'' V'', \\ y^2 &= \gamma_{12}^2 \vartheta_1^2 U''^2 + \gamma_{22}^2 \vartheta_1^2 V''^2 + \gamma_{32}^2 \vartheta_1^2 W''^2 + 2\gamma_{22}\gamma_{32} \vartheta_1^2 V'' W'' \\ &\quad + 2\gamma_{32}\gamma_{12} \vartheta_1^2 W'' U'' \\ &\quad + 2\gamma_{12}\gamma_{22} \vartheta_1^2 U'' V'', \\ xy &= \gamma_{11}\gamma_{12} \vartheta_1^2 U''^2 + \gamma_{21}\gamma_{22} \vartheta_1^2 V''^2 + \gamma_{21}\gamma_{32} \vartheta_1^2 V'' W'' \\ &\quad + \gamma_{11}\gamma_{32} \vartheta_1^2 W'' U'' \\ &\quad + (\gamma_{11}\gamma_{22} + \gamma_{12}\gamma_{21}) \vartheta_1^2 U'' V''. \end{aligned}$$

Jeder Stern liefert ein Gleichungssystem dieser Form. Sämtliche Gleichungen jedes Feldes werden summiert und wir führen ausserdem folgende Bezeichnungen ein

$$\begin{aligned} \vartheta_1^2 N_{200}'' &= \frac{\sum \vartheta_1^2 U''^2}{N}, & \vartheta_1^2 N_{020}'' &= \frac{\sum \vartheta_1^2 V''^2}{N}, & \vartheta_1^2 N_{002}'' &= \frac{\sum \vartheta_1^2 W''^2}{N}, \\ \vartheta_1^2 N_{011}'' &= \frac{\sum \vartheta_1^2 V'' W''}{N}, & \vartheta_1^2 N_{101}'' &= \frac{\sum \vartheta_1^2 U'' W''}{N}, & \vartheta_1^2 N_{110}'' &= \frac{\sum \vartheta_1^2 U'' V''}{N}, \end{aligned}$$

Ferner wenn wir

$$x = \vartheta_1 U, \quad y = \vartheta_1 V$$

setzen, so bekommen wir durch Quadrieren und Summieren

mit den obigen analoge Ausdrücke, die wir in unsere Formeln (8) einführen wollen:

$$g_1^2 N_{200} = \frac{\sum g_1^2 U^2}{N} = \frac{\sum x^2}{N},$$

$$g_1^2 N_{020} = \frac{\sum g_1^2 V^2}{N} = \frac{\sum y^2}{N},$$

$$g_1^2 N_{110} = \frac{\sum g_1^2 UV}{N} = \frac{\sum xy}{N}.$$

Die numerischen Werte dieser Koeffizienten sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2 a.  $g_1^2 N_{200}$ .

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
A <sub>1</sub>	+0,000032	5	+0,000365	23	+0,002620	10	+0,001982	4	+0,001451	22	+0,000548	5
A <sub>2</sub>	+0,000055	5	+0,000472	27	+0,001377	11	+0,000360	5	+0,002465	30	+0,000967	3
B <sub>1</sub>	+0,000215	26	+0,008259	34	+0,015456	10	+0,017425	10	+0,003537	18	0,000000	1
B <sub>2</sub>	+0,000188	26	+0,001180	32	+0,004811	17	+0,008163	14	+0,002553	16	+0,000668	4
B <sub>3</sub>	+0,000246	6	+0,000455	32	+0,000729	6	+0,001271	6	+0,000965	24	+0,000245	6
B <sub>4</sub>	+0,000138	2	+0,001950	25	+0,005079	11	+0,002190	14	+0,003126	15	—	0
B <sub>5</sub>	0,000000	1	+0,007694	22	+0,020116	17	+0,002934	4	+0,004213	24	0,000000	1
B <sub>6</sub>	+0,002187	2	+0,010873	28	+0,021253	7	+0,000015	2	+0,001974	11	+0,000297	7
B <sub>7</sub>	+0,001071	6	+0,002297	24	+0,020042	11	+0,014795	15	+0,005214	18	+0,000926	8
B <sub>8</sub>	+0,000121	10	+0,003671	30	+0,015885	12	+0,005809	7	+0,002452	22	+0,000343	4
B <sub>9</sub>	+0,000105	26	+0,002660	44	+0,002454	14	+0,000670	10	+0,006123	28	+0,000006	3
B <sub>10</sub>	+0,000271	18	+0,005674	33	+0,005688	13	+0,001206	2	+0,004587	28	+0,000552	7
C <sub>1</sub>	+0,000284	3	+0,008577	22	+0,003516	8	+0,016796	8	+0,005826	20	+0,004561	3
C <sub>2</sub>	+0,000228	24	+0,004856	29	+0,016621	15	+0,007704	9	+0,007734	14	+0,000029	2
C <sub>3</sub>	+0,000174	33	+0,002482	70	+0,001628	12	+0,002375	9	+0,002655	21	+0,000146	4
C <sub>4</sub>	+0,000535	10	+0,000324	39	+0,009537	10	+0,002433	12	+0,001092	27	+0,000995	3
C <sub>5</sub>	+0,000017	2	+0,003988	22	+0,006870	8	+0,003885	7	+0,002880	21	+0,000172	3
C <sub>6</sub>	+0,012603	3	+0,004396	24	+0,026908	6	+0,008595	7	+0,029861	12	+0,000697	7
C <sub>7</sub>	0,000000	1	+0,003000	25	+0,016536	4	+0,003787	9	+0,011580	19	+0,000684	3
C <sub>8</sub>	0,000000	1	+0,005663	29	+0,017028	6	+0,011761	4	+0,004871	31	+0,000051	2

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
C <sub>9</sub>	+0,000483	6	+0,001583	31	+0,004093	10	+0,001118	7	+0,006046	24	+0,000433	6
C <sub>10</sub>	+0,000083	12	+0,001002	48	+0,009138	11	+0,001236	10	+0,003812	24	+0,002785	4
C <sub>11</sub>	+0,000411	9	+0,001072	27	+0,009472	12	+0,014841	7	+0,003184	21	+0,000630	3
C <sub>12</sub>	+0,000667	7	+0,006991	16	+0,026012	8	+0,017271	3	+0,003379	21	+0,006055	6
D <sub>1</sub>	+0,000013	2	+0,003462	10	+0,016242	9	+0,007968	3	+0,006795	21	+0,003140	5
D <sub>2</sub>	+0,000430	10	+0,002878	18	+0,025712	12	+0,002248	8	+0,006066	11	+0,000939	5
D <sub>3</sub>	+0,000085	33	+0,002639	36	+0,009221	11	+0,000335	5	+0,003256	18	+0,000771	3
D <sub>4</sub>	+0,000261	40	+0,000551	36	+0,009466	17	+0,000148	9	+0,001512	37	+0,000425	4
D <sub>5</sub>	+0,000181	7	+0,001420	21	+0,022112	8	+0,004680	13	+0,005592	23	0,000000	2
D <sub>6</sub>	+0,000784	6	+0,002843	12	+0,005843	4	+0,004840	6	+0,007523	15	+0,003057	3
D <sub>7</sub>	+0,003300	4	+0,005775	14	+0,013963	9	+0,014738	10	+0,001816	18	+0,003879	4
D <sub>8</sub>	+0,000416	18	+0,002749	22	+0,022142	10	+0,000882	5	+0,008918	29	+0,002088	2
D <sub>9</sub>	+0,000075	12	+0,001107	21	+0,008764	12	+0,004279	8	+0,001247	14	+0,003308	5
D <sub>10</sub>	+0,000462	17	+0,001387	26	+0,009157	11	+0,003058	15	+0,002983	37	0,000000	1
D <sub>11</sub>	+0,000065	7	+0,003940	21	+0,010437	12	+0,008989	11	+0,002950	19	+0,000299	5
D <sub>12</sub>	+0,000579	10	+0,002605	21	+0,010516	5	+0,001047	7	+0,011924	29	+0,001244	4
E <sub>1</sub>	+0,002470	6	+0,002422	13	+0,008170	10	+0,003617	6	+0,007078	22	+0,003001	4
E <sub>2</sub>	+0,001519	5	+0,002056	12	+0,019299	12	+0,001512	9	+0,006101	24	+0,000011	2
E <sub>3</sub>	+0,000137	20	+0,000400	30	+0,005117	14	+0,002258	15	+0,001217	33	+0,000325	6
E <sub>4</sub>	+0,000253	64	+0,001068	43	+0,005657	19	+0,000229	12	+0,001640	41	+0,001301	4
E <sub>5</sub>	+0,000338	26	+0,002489	38	+0,016900	14	+0,006607	8	+0,003239	33	+0,000533	3
E <sub>6</sub>	+0,000152	48	+0,007218	24	+0,008855	11	+0,016416	8	+0,007876	21	+0,002404	7
E <sub>7</sub>	+0,000300	49	+0,001436	26	+0,009057	14	+0,001783	6	+0,003727	24	+0,000246	2
E <sub>8</sub>	+0,000348	32	+0,000905	22	+0,005404	9	+0,001234	8	+0,002564	32	+0,003264	4
E <sub>9</sub>	+0,001057	7	+0,003000	21	+0,006560	9	0,000000	1	+0,001840	22	+0,003128	3
E <sub>10</sub>	+0,002055	6	+0,006862	16	+0,024687	9	+0,005145	7	+0,003153	29	+0,003471	4
F <sub>1</sub>	+0,000023	12	+0,000534	21	+0,003468	13	+0,001424	8	+0,001771	29	+0,000331	7
F <sub>2</sub>	+0,000099	9	+0,000695	21	+0,012176	5	+0,003407	6	+0,005031	43	+0,001502	6

Tabelle 2 b.  $9_1^2 N_{110}$ .

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
A <sub>1</sub>	+0,000060	5	-0,000399	23	-0,001014	10	+0,000504	4	+0,000569	22	-0,000163	5
A <sub>2</sub>	-0,000136	5	-0,000385	27	+0,000767	11	-0,000234	5	+0,000714	30	+0,000344	3

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
B <sub>1</sub>	-0,000065	26	+0,000365	34	-0,011332	10	+0,002217	10	-0,000459	18	0,000000	1
B <sub>2</sub>	-0,000131	26	-0,000653	32	-0,002082	17	-0,001334	14	-0,002130	16	-0,001170	4
B <sub>3</sub>	-0,000257	6	-0,000377	32	-0,000953	6	+0,001975	6	-0,000254	24	-0,000166	6
B <sub>4</sub>	+0,000050	2	+0,001029	25	+0,002840	11	+0,001511	14	-0,000401	15	—	0
B <sub>5</sub>	0,000000	1	-0,000201	22	-0,002555	17	+0,003347	4	-0,001152	24	0,000000	1
B <sub>6</sub>	+0,000703	2	-0,003559	28	-0,007239	7	-0,000089	2	+0,000156	11	-0,000305	7
B <sub>7</sub>	-0,000662	6	-0,001420	24	-0,011664	11	-0,002258	15	-0,003297	18	-0,000908	8
B <sub>8</sub>	+0,000003	10	+0,001801	30	+0,002362	12	-0,001647	7	+0,001389	22	+0,000271	4
B <sub>9</sub>	+0,000017	26	+0,002002	44	+0,000383	14	+0,001633	10	+0,005726	28	+0,000042	3
B <sub>10</sub>	+0,000073	18	+0,002836	33	+0,001872	13	+0,000643	2	+0,001214	28	-0,000013	7
C <sub>1</sub>	+0,000151	3	+0,000733	22	+0,000002	8	+0,001370	8	-0,000255	20	+0,001831	3
C <sub>2</sub>	-0,000218	24	+0,000534	29	+0,005827	15	-0,001512	9	-0,000037	14	+0,000088	2
C <sub>3</sub>	-0,000206	33	-0,000200	70	+0,001440	12	+0,000114	9	-0,001557	21	+0,000234	4
C <sub>4</sub>	+0,000184	10	+0,000079	39	+0,009118	10	+0,001739	12	-0,000470	27	-0,001524	3
C <sub>5</sub>	+0,000015	2	-0,002364	22	-0,000693	8	+0,001150	7	+0,000109	21	+0,000205	3
C <sub>6</sub>	-0,000113	3	-0,000101	24	+0,002368	6	-0,001406	7	-0,005564	12	-0,000987	7
C <sub>7</sub>	0,000000	1	-0,000859	25	-0,002442	4	-0,000764	9	+0,000444	19	-0,000872	3
C <sub>8</sub>	0,000000	1	-0,001736	29	-0,001498	6	+0,001730	4	-0,000374	31	+0,000079	2
C <sub>9</sub>	+0,000359	6	-0,000922	31	-0,001469	10	+0,000928	7	+0,000429	24	-0,000418	6
C <sub>10</sub>	+0,000015	12	+0,000630	48	+0,003045	11	-0,001085	10	-0,002685	24	+0,002435	4
C <sub>11</sub>	-0,000018	9	+0,000305	27	-0,001518	12	+0,004904	7	+0,000051	21	+0,000773	3
C <sub>12</sub>	-0,000027	7	+0,002291	16	+0,005369	8	+0,003917	3	-0,001162	21	+0,004576	6
D <sub>1</sub>	+0,000024	2	-0,001086	10	+0,012292	9	+0,001060	3	+0,000894	21	+0,000448	5
D <sub>2</sub>	-0,000016	10	+0,000438	18	+0,003731	12	-0,003730	8	-0,001249	11	+0,001262	5
D <sub>3</sub>	+0,000019	33	+0,000034	36	+0,010788	11	+0,000127	5	+0,001460	18	-0,000367	3
D <sub>4</sub>	+0,000053	40	-0,000205	36	+0,004470	17	+0,000229	9	-0,000707	37	+0,000378	4
D <sub>5</sub>	-0,000010	7	-0,000596	21	+0,008779	8	-0,001363	13	-0,002876	23	+0,000017	2
D <sub>6</sub>	-0,000157	6	-0,001328	12	+0,004072	4	+0,003503	6	+0,000297	15	-0,000953	3
D <sub>7</sub>	+0,001178	4	+0,000177	14	-0,000909	9	-0,004734	10	+0,000358	18	-0,000952	4
D <sub>8</sub>	-0,000003	18	-0,000505	22	-0,019246	10	+0,000159	5	-0,001121	29	+0,000784	2
D <sub>9</sub>	+0,000092	12	+0,000559	21	-0,003080	12	+0,001853	8	+0,000641	14	+0,001775	5
D <sub>10</sub>	-0,000012	17	-0,000975	26	+0,009203	11	+0,001510	15	+0,000782	37	0,000000	1
D <sub>11</sub>	+0,000016	7	-0,002798	21	-0,000065	12	+0,001645	11	+0,002061	19	+0,000263	5
D <sub>12</sub>	-0,000351	10	-0,000072	21	+0,001134	5	+0,000286	7	+0,001942	29	-0,000182	4
E <sub>1</sub>	-0,000535	6	+0,000304	13	+0,003903	10	+0,002395	6	+0,003306	22	+0,001707	4
E <sub>2</sub>	-0,000214	5	-0,000487	12	+0,014991	12	+0,002041	9	+0,002745	24	-0,000052	2

Förel.	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
E <sub>3</sub>	-0,000017	20	-0,000621	30	+0,005126	14	-0,002561	15	-0,000832	33	-0,000653	6
E <sub>4</sub>	-0,000055	64	-0,000263	43	-0,002861	19	-0,000222	12	-0,000940	41	-0,000888	4
E <sub>5</sub>	-0,000011	26	-0,000324	38	-0,001206	14	-0,002423	8	-0,000929	33	+0,000209	3
E <sub>6</sub>	+0,000066	48	+0,000807	24	+0,001109	11	-0,002552	8	-0,001409	21	-0,002058	7
E <sub>7</sub>	+0,000103	49	+0,000629	26	+0,010379	14	+0,000267	6	+0,001275	24	-0,000042	2
E <sub>8</sub>	+0,000215	32	+0,000080	22	-0,003858	9	-0,002348	8	-0,000619	32	+0,003175	4
E <sub>9</sub>	-0,000605	7	-0,001710	21	-0,005138	9	0,000000	1	-0,000202	22	-0,001143	3
E <sub>10</sub>	-0,001481	6	-0,002953	16	-0,004904	9	-0,009152	7	+0,000769	29	-0,000664	4
F <sub>1</sub>	+0,000162	12	-0,000200	21	+0,000312	13	-0,001297	8	-0,000013	29	+0,000378	7
F <sub>2</sub>	+0,000014	9	+0,000463	21	+0,010513	5	+0,003793	6	+0,002524	43	-0,001311	6

Tabelle 2 c.  $\mathcal{J}_1^2 N_{020}$ .

Förel.	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
A <sub>1</sub>	+0,000160	5	+0,002720	23	+0,009641	10	+0,003425	4	+0,001695	22	+0,000021	5
A <sub>2</sub>	+0,000407	5	+0,001688	27	+0,041772	11	+0,000290	5	+0,003301	30	+0,000708	3
B <sub>1</sub>	+0,000122	26	+0,000934	34	+0,014630	10	+0,012979	10	+0,001394	18	0,000000	1
B <sub>2</sub>	+0,000170	26	+0,000920	32	+0,003598	17	+0,003124	14	+0,002836	16	+0,002126	4
B <sub>3</sub>	+0,001004	6	+0,001477	32	+0,013877	6	+0,015528	6	+0,002610	24	+0,000196	6
B <sub>4</sub>	+0,000044	2	+0,001998	25	+0,006222	11	+0,004557	14	+0,001484	15	—	0
B <sub>5</sub>	0,000000	1	+0,001662	22	+0,014990	17	+0,003883	4	+0,003996	24	0,000000	1
B <sub>6</sub>	+0,000220	2	+0,001828	28	+0,002919	7	+0,000461	2	+0,001429	11	+0,000698	7
B <sub>7</sub>	+0,001023	6	+0,002296	24	+0,019115	11	+0,011010	15	+0,004801	18	+0,016083	8
B <sub>8</sub>	+0,000086	10	+0,004470	30	+0,004731	12	+0,024685	7	+0,002941	22	+0,000731	4
B <sub>9</sub>	+0,000096	26	+0,002730	44	+0,011879	14	+0,006080	10	+0,006433	28	+0,003334	3
B <sub>10</sub>	+0,000083	18	+0,002059	33	+0,008508	13	+0,000348	2	+0,003805	28	+0,000350	7
C <sub>1</sub>	+0,000137	3	+0,003044	22	+0,010453	8	+0,011965	8	+0,000748	20	+0,000787	3
C <sub>2</sub>	+0,000561	24	+0,001403	29	+0,014623	15	+0,003683	9	+0,003007	14	+0,000938	2
C <sub>3</sub>	+0,000886	33	+0,000504	70	+0,000981	12	+0,000698	9	+0,005567	21	+0,000600	4
C <sub>4</sub>	+0,000212	10	+0,000837	39	+0,012096	10	+0,001715	12	+0,005142	27	+0,002365	3
C <sub>5</sub>	+0,000008	2	+0,005921	22	+0,020733	8	+0,013844	7	+0,002901	21	+0,001935	3
C <sub>6</sub>	+0,000015	3	+0,001393	24	+0,005722	6	+0,001672	7	+0,003464	12	+0,005245	7
C <sub>7</sub>	0,000000	1	+0,000715	35	+0,008826	4	+0,012660	9	+0,002397	19	+0,001139	3

Feld	B	N	A	N	F	N	G	N	K	N	M	N
C <sub>8</sub>	0,000000	1	+0,002165	29	+0,002711	6	+0,000791	4	+0,004804	31	+0,000154	2
C <sub>9</sub>	+0,000343	6	+0,002749	31	+0,002949	10	+0,001367	7	+0,002697	24	+0,001198	6
C <sub>10</sub>	+0,000105	12	+0,002269	48	+0,014988	11	+0,001256	10	+0,004483	24	+0,002223	4
C <sub>11</sub>	+0,000092	9	+0,000664	27	+0,009118	12	+0,007390	7	+0,003120	21	+0,000890	3
C <sub>12</sub>	+0,000095	7	+0,001995	16	+0,007210	8	+0,001021	3	+0,006679	21	+0,003699	6
D <sub>1</sub>	+0,000002	2	+0,001722	10	+0,027845	9	+0,000843	3	+0,004201	21	+0,000755	5
D <sub>2</sub>	+0,000040	10	+0,001610	18	+0,006432	12	+0,008064	8	+0,004530	11	+0,001879	5
D <sub>3</sub>	+0,000077	33	+0,001529	36	+0,019010	11	+0,007509	5	+0,008373	18	+0,003216	3
D <sub>4</sub>	+0,000140	40	+0,000521	36	+0,015300	17	+0,004649	9	+0,001154	37	+0,000685	4
D <sub>5</sub>	+0,000098	7	+0,001109	21	+0,006758	8	+0,000984	13	+0,003071	23	+0,000321	2
D <sub>6</sub>	+0,000184	6	+0,002097	12	+0,006791	4	+0,005263	6	+0,011046	15	+0,000267	3
D <sub>7</sub>	+0,000464	4	+0,001498	14	+0,008023	9	+0,005499	10	+0,000824	18	+0,001131	4
D <sub>8</sub>	+0,000047	18	+0,000674	22	+0,028245	10	+0,000240	5	+0,005184	29	+0,000260	2
D <sub>9</sub>	+0,000212	12	+0,001822	21	+0,003921	12	+0,002437	8	+0,001353	14	+0,005083	5
D <sub>10</sub>	+0,000240	17	+0,002752	26	+0,014602	11	+0,001227	15	+0,005605	37	0,000000	1
D <sub>11</sub>	+0,000092	7	+0,005012	21	+0,004151	12	+0,001445	11	+0,005767	19	+0,000412	5
D <sub>12</sub>	+0,000460	10	+0,000946	21	+0,004624	5	+0,000257	7	+0,003524	29	+0,000657	4
E <sub>1</sub>	+0,000608	6	+0,001007	13	+0,007340	10	+0,002538	6	+0,006638	22	+0,000994	4
E <sub>2</sub>	+0,000093	5	+0,000665	12	+0,019158	12	+0,018415	9	+0,006400	24	+0,000398	2
E <sub>3</sub>	+0,000880	20	+0,005770	30	+0,024069	14	+0,012057	15	+0,012256	33	+0,002371	6
E <sub>4</sub>	+0,000209	61	+0,000887	43	+0,014064	19	+0,000418	12	+0,002773	41	+0,000672	4
E <sub>5</sub>	+0,000134	26	+0,000535	38	+0,006585	14	+0,004275	8	+0,001436	33	+0,001093	3
E <sub>6</sub>	+0,000158	48	+0,000858	24	+0,004302	11	+0,000760	8	+0,001572	21	+0,007604	7
E <sub>7</sub>	+0,000170	49	+0,001327	26	+0,015141	14	+0,000307	6	+0,003940	24	+0,000010	2
E <sub>8</sub>	+0,000526	32	+0,002674	22	+0,010299	9	+0,008071	8	+0,004908	32	+0,003409	4
E <sub>9</sub>	+0,001485	7	+0,002222	21	+0,013133	9	0,000000	1	+0,001616	22	+0,000524	3
E <sub>10</sub>	+0,003651	6	+0,002108	16	+0,005513	9	+0,022375	7	+0,004109	29	+0,000433	4
F <sub>1</sub>	+0,000490	12	+0,002533	21	+0,018006	13	+0,009469	8	+0,008079	29	+0,002682	7
F <sub>2</sub>	+0,000166	9	+0,006739	21	+0,016179	5	+0,006868	6	+0,008465	43	+0,005947	6

Also können wir überall in (8) die Koordinaten gegen ihre Momente austauschen. In der Tat erhalten unsere Endgleichungen das folgende Aussehen:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_1^2 N_{200} &= \gamma_{11}^2 \mathcal{G}_1^2 N''_{200} + \gamma_{21}^2 \mathcal{G}_1^2 N''_{020} + 2\gamma_{11}\gamma_{21} \mathcal{G}_1^2 N''_{110}, \\
 \mathcal{G}_1^2 N_{020} &= \gamma_{12}^2 \mathcal{G}_1^2 N''_{200} + \gamma_{22}^2 \mathcal{G}_1^2 N''_{020} + \gamma_{32}^2 \mathcal{G}_1^2 N''_{002} \\
 &\quad + 2\gamma_{22}\gamma_{32} \mathcal{G}_1^2 N''_{011} \\
 &\quad + 2\gamma_{32}\gamma_{12} \mathcal{G}_1^2 N''_{101} \\
 &\quad + 2\gamma_{12}\gamma_{22} \mathcal{G}_1^2 N''_{110}, \\
 \mathcal{G}_1^2 N_{110} &= \gamma_{11}\gamma_{12} \mathcal{G}_1^2 N''_{200} + \gamma_{21}\gamma_{22} \mathcal{G}_1^2 N''_{020} + \gamma_{21}\gamma_{32} \mathcal{G}_1^2 N''_{011} \\
 &\quad + \gamma_{11}\gamma_{32} \mathcal{G}_1^2 N''_{101} \\
 &\quad + (\gamma_{11}\gamma_{22} + \gamma_{12}\gamma_{21}) \mathcal{G}_1^2 N''_{110}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Diese Gleichungen wollen wir nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Bezug auf die sechs unbekanntenen  $\mathcal{G}_1^2 N''_{200}$ ,  $\mathcal{G}_1^2 N''_{020}$ ,  $\mathcal{G}_1^2 N''_{002}$ ,  $\mathcal{G}_1^2 N''_{011}$ ,  $\mathcal{G}_1^2 N''_{101}$ ,  $\mathcal{G}_1^2 N''_{110}$  lösen. Die linke Seite von (9) enthält die Momente der absoluten Geschwindigkeiten. Durch Einführung der Konstante  $q'$  können, wie in L. M. II, 9 gezeigt, worden ist, diese Momente folgendermassen geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_1^2 N_{200} &= v_{200} q' - (1 - q') x_0^2, \\
 \mathcal{G}_1^2 N_{020} &= v_{020} q' - (1 - q') y_0^2, \\
 \mathcal{G}_1^2 N_{110} &= v_{110} q' - (1 - q') x_0 y_0.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Aus (9) erhalten wir sechs Normalgleichungen. Offenbar werden in diesen Gleichungen die bekannten Glieder ihre ursprüngliche Form (10) behalten. Werden diese neuen Ausdrücke mit  $h_1$  bis  $h_6$  bezeichnet, und führen wir die numerischen Werte der Richtungskosinen der rechten Seite ein, so wird das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 h_1 &= 23,8624 \mathcal{G}_1^2 N''_{200} + 4,7002 + \mathcal{G}_1^2 N''_{020} + 3,2032 + \mathcal{G}_1^2 N''_{002}, \\
 h_2 &= 4,7002 \mathcal{G}_1^2 N''_{200} + 23,6248 + \mathcal{G}_1^2 N''_{020} + 3,3200 + \mathcal{G}_1^2 N''_{002}, \\
 (11) \quad h_3 &= 3,2032 \mathcal{G}_1^2 N''_{200} + 3,3200 + \mathcal{G}_1^2 N''_{020} + 26,0680 + \mathcal{G}_1^2 N''_{002}, \\
 h_4 &= 29,5116 + \mathcal{G}_1^2 N''_{011}, \\
 h_5 &= 29,1688 + \mathcal{G}_1^2 N''_{101}, \\
 h_6 &= 34,2108 + \mathcal{G}_1^2 N''_{110}.
 \end{aligned}$$

Wegen der symmetrischen Verteilung der Felde verschwinden die übrigen Koeffizienten. Die Koeffizienten  $h_i$  sind lineare Funktionen von  $q'$ . In der Tat haben wir:

$$(12) \quad \begin{aligned} h_1 &= a_1 q' - (1 - q') b_1, \\ h_2 &= a_2 q' - (1 - q') b_2, \\ h_3 &= a_3 q' - (1 - q') b_3, \\ h_4 &= a_4 q' - (1 - q') b_4, \\ h_5 &= a_5 q' - (1 - q') b_5, \\ h_6 &= a_6 q' - (1 - q') b_6, \end{aligned}$$

wo die Koeffiziente  $a_i$  und  $b_i$  mit den Momenten  $\nu_{ij}$  und den Richtungskosinen folgenderweise verbunden sind:

$$(13) \quad \begin{aligned} a_1 &= [\nu_{20} \gamma_{11}^2] + [\nu_{02} \gamma_{12}^2] + [\nu_{11} \gamma_{11} \gamma_{12}], \\ a_2 &= [\gamma_{20} \gamma_{21}^2] + [\nu_{02} \gamma_{22}^2] + [\nu_{11} \gamma_{21} \gamma_{22}], \\ a_3 &= [\nu_{02} \gamma_{32}^2], \\ a_4 &= 2[\nu_{02} \gamma_{22} \gamma_{32}] + [\nu_{11} \gamma_{21} \gamma_{32}], \\ a_5 &= 2[\nu_{02} \gamma_{32} \gamma_{12}] + [\nu_{11} \gamma_{11} \gamma_{32}], \\ a_6 &= 2[\nu_{20} \gamma_{11} \gamma_{21}] + 2[\nu_{02} \gamma_{12} \gamma_{22}] + [\nu_{11} (\gamma_{11} \gamma_{22} + \gamma_{12} \gamma_{21})], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= [x_0^2 \gamma_{11}^2] + [y_0^2 \gamma_{12}^2] + [x_0 y_0 \gamma_{11} \gamma_{12}], \\ b_2 &= [x_0^2 \gamma_{21}^2] + [y_0^2 \gamma_{22}^2] + [x_0 y_0 \gamma_{21} \gamma_{22}], \\ b_3 &= [y_0^2 \gamma_{32}^2], \\ b_4 &= 2[y_0^2 \gamma_{22} \gamma_{32}] + [x_0 y_0 \gamma_{21} \gamma_{32}], \\ b_5 &= 2[y_0^2 \gamma_{32} \gamma_{12}] + [x_0 y_0 \gamma_{11} \gamma_{32}], \\ b_6 &= 2[x_0^2 \gamma_{11} \gamma_{21}] + 2[y_0^2 \gamma_{12} \gamma_{22}] + [x_0 y_0 (\gamma_{11} \gamma_{22} + \gamma_{12} \gamma_{21})]. \end{aligned}$$

Nach der Lösung von (11) bekommen die Momente im Äquatorsystem die gleiche Form als (10). Die neuen Koeffizienten von  $q'$  fallen offenbar mit den Momenten der scheinbaren Bewegung zusammen. Die Koeffizienten der Parenthese  $1 - q'$  entsprechen den quadratischen Termen der Bewegungskomponenten der Sonne<sup>1</sup> im Äquatorsystem.

<sup>1</sup> oder richtiger der Sterne relative der Sonne.

Die Lösung von (11) kann also folgendermassen geschrieben werden:

$$(14) \quad \begin{aligned} \mathcal{G}_1'' N_{200}'' &= v_{200}'' q' - (1 - q') X_0''^2, \\ \mathcal{G}_1'' N_{020}'' &= v_{020}'' q' - (1 - q') Y_0''^2, \\ \mathcal{G}_1'' N_{002}'' &= v_{002}'' q' - (1 - q') Z_0''^2, \\ \mathcal{G}_1'' N_{011}'' &= v_{011}'' q' - (1 - q') Z_0'' Y_0'', \\ \mathcal{G}_1'' N_{101}'' &= v_{101}'' q' - (1 - q') X_0'' Z_0'', \\ \mathcal{G}_1'' N_{110}'' &= v_{110}'' q' - (1 - q') Y_0'' X_0''. \end{aligned}$$

In Tabelle 3 sind die numerischen Werte der Koeffizienten zusammengestellt.

Die numerischen Werte der Koeffizienten der Parenthese  $1 - q'$  stimmen mit den quadratischen Termen der Tabelle Seite 21 nicht genau überein. Die vorigen Koeffizienten sind nämlich Mittelwerte direkt aus den quadratischen Grössen der Apexverschiebungen jedes Feldes gebildet.

Aus früheren Untersuchungen über die systematische Bewegung der Sterne wissen wir, dass die Verteilung der Geschwindigkeiten sehr nahe mit der Lage der Milchstrasse verknüpft ist. Wir wollen deshalb unsere Momente ins galaktische System überführen.

Wenn ein Stern, dessen Bewegungskomponenten im Äquatorsystem gleich  $x'', y'', z''$  sind, im galaktischen System die Komponenten  $\xi, \eta, \zeta$  hat, und wenn ferner die Richtungskosinen zwischen den beiden Systemen durch

$$\begin{array}{c|ccc} & X'' & Y'' & Z'' \\ \hline \xi & e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ \eta & e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ \zeta & e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{array}$$

ausgedrückt werden, so gelten die Relationen

$$(15) \quad \begin{aligned} \xi &= e_{11} x'' + e_{21} y'' + e_{31} z'', \\ \eta &= e_{12} x'' + e_{22} y'' + e_{32} z'', \\ \zeta &= e_{13} x'' + e_{23} y'' + e_{33} z''. \end{aligned}$$

Tabelle 3. Die Momente zweiter Ordnung im Äquatorsystem.  
Einheit der Zahlen: Bogensekunden pro Jahre.

Spektr.	$\vartheta_{\frac{1}{2}}^2 N''_{200}$	$\vartheta_{\frac{1}{2}}^2 N''_{020}$	$\vartheta_{\frac{1}{2}}^2 N''_{002}$
B	+ 0,000221 · q' - 0,000017 (1 - q')	+ 0,001251 · q' - 0,001603 (1 - q')	+ 0,000183 · q' - 0,000306 (1 - q')
A	+ 0,000911. - 0,000025.	+ 0,005256. - 0,002253.	+ 0,001586. - 0,000569.
F	+ 0,006392. - 0,001074.	+ 0,018026. - 0,008306.	+ 0,010436. - 0,002995.
G	+ 0,002473. - 0,000592.	+ 0,008611. - 0,002221.	+ 0,004996. - 0,001750.
K	+ 0,002400. - 0,000259.	+ 0,007041. - 0,001697.	+ 0,003896. - 0,001251.
M	+ 0,000712. - 0,000256.	+ 0,002145. - 0,002676.	+ 0,001723. - 0,001095.
	$\vartheta_{\frac{1}{2}}^2 N''_{011}$	$\vartheta_{\frac{1}{2}}^2 N''_{101}$	$\vartheta_{\frac{1}{2}}^2 N''_{110}$
B	- 0,000194 · q' + 0,000609 (1 - q')	+ 0,000174 · q' - 0,000195 (1 - q')	- 0,000009 · q' + 0,000267 (1 - q')
A	+ 0,000364. + 0,000952.	+ 0,000176. - 0,000017.	- 0,000437. - 0,000051.
F	+ 0,002270. + 0,002860.	- 0,001919. + 0,000119.	- 0,001220. + 0,000906.
G	+ 0,001250. + 0,001142.	+ 0,000938. - 0,000114.	- 0,001032. + 0,000149.
K	+ 0,001228. + 0,001097.	+ 0,000535. - 0,000371.	- 0,000166. + 0,000335.
M	+ 0,000811. + 0,001154.	+ 0,000289. + 0,000013.	+ 0,000156. + 0,000078.

Die Koeffizienten  $e_{ij}$  sind von dem gewählten System abhängig. Wir wollen die Momente im galaktischen System berechnen. Dieses System hat seine  $z$ -Achse gegen den Pol der Milchstrasse gerichtet,  $\alpha = 190^\circ$ ,  $\delta = +28^\circ$ , die positive  $x$ -Achse ist gegen den aufsteigenden Knoten der Milchstrasse gerichtet. Es hat zum Äquatorsystem die folgenden Richtungskosinen

$$e_{11} = +,1736$$

$$e_{21} = -,9848$$

$$e_{31} = 0$$

$$e_{12} = +,4623$$

$$e_{22} = +,0815$$

$$e_{32} = +,8829$$

$$e_{13} = -,8695$$

$$e_{23} = -,1533$$

$$e_{33} = +,4695.$$

Jeder Stern gibt ein System von Gleichungen wie (15). Werden sämtliche diese Gleichungen quadriert und addiert, so ergeben sich aus den Mittelwerten folgende Relationen zwischen den Momenten, woraus dieselben in jedem System berechnet werden können. Hier werden mit dem Index  $G$  die galaktischen Momente bezeichnet.

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1^2 N_{200}^G &= e_{11}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{200}'' + e_{21}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{020}'' + e_{31}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{002}'' \\ &\quad + 2e_{21}e_{31} \mathcal{G}_1^2 N_{011}'' \\ &\quad + 2e_{31}e_{11} \mathcal{G}_1^2 N_{101}'' \\ &\quad + 2e_{11}e_{21} \mathcal{G}_1^2 N_{110}'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (16) \quad \mathcal{G}_1^2 N_{020}^G &= e_{12}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{200}'' + e_{22}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{020}'' + e_{32}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{002}'' \\ &\quad + 2e_{22}e_{32} \mathcal{G}_1^2 N_{011}'' \\ &\quad + 2e_{32}e_{12} \mathcal{G}_1^2 N_{101}'' \\ &\quad + 2e_{12}e_{22} \mathcal{G}_1^2 N_{110}'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1^2 N_{002}^G &= e_{13}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{200}'' + e_{23}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{020}'' + e_{33}^2 \mathcal{G}_1^2 N_{002}'' \\ &\quad + 2e_{23}e_{33} \mathcal{G}_1^2 N_{011}'' \\ &\quad + 2e_{33}e_{13} \mathcal{G}_1^2 N_{101}'' \\ &\quad + 2e_{13}e_{23} \mathcal{G}_1^2 N_{110}'' \end{aligned}$$

Die Produkte von (15) geben uns folgende Korrelationsmomente:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1^2 N_{011}^G &= e_{12}e_{13} \mathcal{G}_1^2 N_{200}'' + e_{22}e_{23} \mathcal{G}_1^2 N_{020}'' + e_{32}e_{33} \mathcal{G}_1^2 N_{002}'' \\ &\quad + (e_{22}e_{33} + e_{32}e_{23}) \mathcal{G}_1^2 N_{011}'' \\ &\quad + (e_{32}e_{13} + e_{12}e_{33}) \mathcal{G}_1^2 N_{101}'' \\ &\quad + (e_{12}e_{23} + e_{22}e_{13}) \mathcal{G}_1^2 N_{110}'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1^2 N_{101}^G &= e_{11}e_{13} \mathcal{G}_1^2 N_{200}'' + e_{21}e_{23} \mathcal{G}_1^2 N_{020}'' + e_{31}e_{33} \mathcal{G}_1^2 N_{002}'' \\ (16^*) \quad &\quad + (e_{22}e_{31} + e_{33}e_{21}) \mathcal{G}_1^2 N_{011}'' \\ &\quad + (e_{33}e_{11} + e_{13}e_{31}) \mathcal{G}_1^2 N_{101}'' \\ &\quad + (e_{13}e_{21} + e_{23}e_{11}) \mathcal{G}_1^2 N_{110}'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1^2 N_{110}^G &= e_{11}e_{12} \mathcal{G}_1^2 N_{200}'' + e_{21}e_{22} \mathcal{G}_1^2 N_{020}'' + e_{31}e_{32} \mathcal{G}_1^2 N_{002}'' \\ &\quad + (e_{21}e_{32} + e_{31}e_{22}) \mathcal{G}_1^2 N_{011}'' \\ &\quad + (e_{31}e_{12} + e_{11}e_{32}) \mathcal{G}_1^2 N_{101}'' \\ &\quad + (e_{11}e_{22} + e_{21}e_{12}) \mathcal{G}_1^2 N_{110}'' \end{aligned}$$

Aus der Form der Gleichungen (14) ist ersichtlich, dass auch die Momente im galaktischen System in der Form

$$(17) \quad \mathcal{G}_1^2 N_{ijk}^G = \alpha q' - \beta(1 - q')$$

geschrieben werden können. Hier entsprechen die Koeffizienten

$$\alpha = r_{ijk}^G, \quad \beta = \xi_i j_i^k.$$

In den Tabellen 4 sind die numerischen Werte der Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  aufgestellt.

Tabelle 4. Die Momente zweiter Ordnung im galaktischen System.

Spektr.	$\vartheta_1^2 N_{300}^G$	$\vartheta_1^2 N_{020}^G$	$\vartheta_1^2 N_{602}^G$
B	+ 0,001223 · q' - 0,001647 (1 - q')	+ 0,000311 · q' - 0,000305 (1 - q')	+ 0,000120 · q' + 0,000024 (1 - q')
A	+ 0,005273 . - 0,002169	+ 0,001629 . - 0,000345	+ 0,000850 . - 0,000334
F	+ 0,018091 . - 0,008397	+ 0,008288 . - 0,002043	+ 0,008471 . - 0,001934
G	+ 0,008778 . - 0,002223	+ 0,005347 . - 0,001424	+ 0,001952 . - 0,000917
K	+ 0,006957 . - 0,001769	+ 0,004197 . - 0,001161	+ 0,002180 . - 0,000278
M	+ 0,002048 . - 0,002630	+ 0,001874 . - 0,000744	+ 0,000657 . - 0,000654
	$\vartheta_1^2 N_{011}^G$	$\vartheta_1^2 N_{101}^G$	$\vartheta_1^2 N_{110}^G$
B	- 0,000105 · q' - 0,000090 (1 - q')	+ 0,000253 · q' - 0,000315 (1 - q')	+ 0,000118 · q' - 0,000550 (1 - q')
A	+ 0,000155 . - 0,000274	+ 0,000140 . - 0,000819	- 0,000445 . - 0,000629
F	+ 0,002541 . - 0,001176	- 0,000461 . - 0,001652	- 0,002664 . - 0,002288
G	+ 0,000477 . - 0,000528	- 0,000431 . - 0,000659	- 0,000980 . - 0,000946
K	+ 0,000172 . - 0,000343	+ 0,000039 . - 0,000476	- 0,001285 . - 0,001044
M	+ 0,000141 . - 0,000448	- 0,000005 . - 0,000833	- 0,000845 . - 0,000841

Bevor wir weiter gehen, wollen wir einen Versuch machen, aus den erhaltenen Zahlen die Grösse der Konstante  $q'$  zu bestimmen. Wir können dabei zwei Methoden benutzen. Aus Erfahrung wissen wir, dass die Geschwindigkeitsverteilung sämtlicher Sterne sowohl von den Radialbeobachtungen als von den Eigenbewegungen abgeleitet sehr nahe mit unserem galaktischen Koordinatensystem verknüpft ist. Die Richtungen der Achsen der Geschwindigkeitsfläche fallen nämlich mit der Ebene der Milchstrasse und ihrer Pole zusammen. Wie vorher bemerkt worden und was auch aus den Ausdrücken der Momente (16) ersichtlich ist, ist die Lage der Geschwindigkeitsfläche wie auch die Länge der Achsen von der Grösse von  $q'$  abhängig.

Wir werden unten finden, dass die Richtungen der Hauptachsen der Geschwindigkeitsfläche nicht viel von den Achsen unseres galaktischen Koordinatensystems abweichen. Folglich müssen die Korrektionsmomente  $N_{011}^G$ ,  $N_{101}^G$  und  $N_{110}^G$  ziemlich kleine Werte haben und man könnte versuchen, indem man diese Momente, welche lineare Funktionen von  $q'$  sind, gleich Null setzte, den Wert von  $q'$  zu bestimmen. Es zeigt sich indessen, dass eine solche Bestimmung allzu unsicher wäre.

Eine viel sicherere Methode, die Konstante zu bestimmen, ist die direkte Vergleichung der mittleren Geschwindigkeiten der drei Hauptrichtungen der Milchstrasse mit den absoluten, aus den Radialgeschwindigkeiten berechneten Werten.

Diese letztere mittleren Geschwindigkeiten sind von GYLLENBERG berechnet worden (loc. cit., Seite 42). Sie beziehen sich aber auf ein Koordinatensystem, das nicht genau mit unserem galaktischen Koordinatensystem zusammenfällt. Die Abweichung ist aber so klein, dass sie bei der Rechnung unberücksichtigt bleiben kann.

Jede Hauptrichtung liefert einen bestimmten Wert von  $q'$ . Aus den Rechnungen ergibt sich, dass die so erhaltenen Werte wahrscheinlich systematisch verschieden sind. So ergibt sich für alle Spektralklassen der mittlere Wert aus der  $x$ -Richtung 0,698, aus der  $y$ -Richtung 0,554 und aus der  $z$ -Richtung 1,064. Eine Erklärung dieser Eigentümlichkeit erfordert eine grössere Zahl von Beobachtungen besonders von Radialgeschwindigkeiten. Es darf aber hier bemerkt werden, dass die Differenzen der Werte von  $q'$  besonders

ausgeglichen werden können durch die Annahme, dass  $\mathcal{G}_1$  mit dem galaktischen Ort variiert. Obwohl es sehr wahrscheinlich ist, dass  $\mathcal{G}_1$  von der galaktischen Breite abhängig ist, so ist diese Variation nicht hinreichend bekannt, um in unsere Gleichungen eingeführt zu werden.

Wir betrachten demnach den Wert  $\mathcal{G}_1$  als konstant. Wenn wir die Summe der zweiten Momente d. h. der Quadrate der mittleren Geschwindigkeiten bilden, so werden wir leicht finden, dass diese Summe für jeden Spektraltypus eine Konstante ist, unabhängig von dem Koordinatensystem, auf welches sich die Geschwindigkeiten beziehen. Folglich können wir schreiben

$$\mathcal{G}_1^2 N_{\dots}^{\dots} + \mathcal{G}_1^2 N_{\dots}^{\dots} + \mathcal{G}_1^2 N_{\dots}^{\dots} = \mathcal{G}_1^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) = \text{Konstant.}$$

Hier bedeuten  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  die drei Halbachsen der Geschwindigkeitsellipsoide, deren numerische Werte aus den Radialgeschwindigkeiten bekannt sind. Wir haben also folgende Gleichungen zu lösen:

Spektrum

B	+ ,001655 $q'$ — ,001926 (1 — $q'$ ) = 9,087 $\mathcal{G}_1^2$ ,
A	+ ,007753 $q'$ — ,002847 (1 — $q'$ ) = 28,088 $\mathcal{G}_1^2$ ,
F	+ ,034854 $q'$ — ,012375 (1 — $q'$ ) = 42,993 $\mathcal{G}_1^2$ ,
G	+ ,016080 $q'$ — ,004563 (1 — $q'$ ) = 51,894 $\mathcal{G}_1^2$ ,
K	+ ,013337 $q'$ — ,003207 (1 — $q'$ ) = 53,116 $\mathcal{G}_1^2$ ,
M	+ ,004580 $q'$ — ,004027 (1 — $q'$ ) = 62,033 $\mathcal{G}_1^2$ .

Werden hier die Werte von  $\mathcal{G}_1$  aus der Tabelle Seite 11 eingeführt, so ergeben sich folgende Werte von  $q'$ :

Spektraltypus	B	A	F	G	K	M
$q' =$	+ ,682	+ ,636	+ ,690	+ ,541	+ ,697	+ 1,023.

Die Zahlen deuten an, dass  $q'$  wahrscheinlich vom Spektraltypus unabhängig ist. Der kleinste erhaltene Wert, für den  $G$ -Typus 0,541 und der grösste Wert für den  $M$ -Typus 1,023, dürfte ihre Erklärung in der relativ kleinen Zahl von Sternen dieser Spektraltypen 379 bzw. 190 finden. Bilden

Tabelle 5. Die Lage der Geschwindigkeits-ellipsoiden.

Spektral-Typus	Vertex I						Vertex II						Vertex III					
	$\alpha_1$	$\alpha$	$\delta$	$l$	$b$	$\varpi_2$	$\alpha_2$	$\alpha$	$\delta$	$l$	$b$	$\varpi_3$	$\alpha_3$	$\alpha$	$\delta$	$l$	$b$	
B	4,75	272°,20	+10°,36	5°,63	+11°,67	2,50	10°,27	+37°,98	90°,23	-24°,02	0,43	169°,61	+50°,15	119°,43	+62°,96			
A	6,20	275,44	- 5,29	353,19	+ 1,52	3,41	347,43	+73,42	83,56	+12,56	2,41	186,93	+15,70	256,35	+77,37			
F	6,34	278,19	-16,64	344,42	- 6,18	4,69	223,43	+62,68	67,30	+49,00	3,46	181,60	-21,05	259,70	+40,29			
G	8,45	276,69	-15,49	344,77	- 4,38	6,35	332,75	+63,56	74,27	+ 6,17	3,84	192,72	+20,88	289,77	+82,44			
K	6,90	269,79	- 1,95	353,43	+ 8,07	4,87	322,51	+60,34	68,46	+ 6,48	3,71	187,73	+21,87	259,99	+83,52			
M	6,04	259,64	-37,89	317,79	- 2,64	3,83	293,22	+47,00	47,27	+11,87	2,87	183,61	+17,14	240,19	+77,68			
Wahre Vertex ( $q' = 0,75$ )																		
B	3,10	260°,67	- 2°,26	348°,60	+15°,87	1,86	348°,69	+29°,84	68°,94	-28°,68	0,50	180°,00	+60°,05	99°,22	+57°,32			
A	5,04	273,34	-10,96	348,62	- 1,95	2,73	243,50	+62,74	78,19	+ 3,18	1,99	191,55	+24,45	291,71	+86,11			
F	5,20	279,40	-24,97	337,41	-10,94	3,71	226,70	+52,47	52,27	+53,48	2,87	176,25	-26,06	255,01	+34,33			
G	7,11	275,89	-20,20	340,23	- 5,90	5,10	331,12	+57,17	70,10	+ 1,25	3,04	195,63	+24,69	327,99	+83,94			
K	5,86	268,50	-23,45	334,06	- 1,46	3,80	323,99	+52,55	64,06	- 0,01	3,16	191,53	+27,35	334,70	+88,19			
M	4,99	255,73	-45,64	309,76	- 4,70	2,37	347,08	- 1,40	46,54	-55,53	0,97	258,26	+44,35	36,56	+34,20			

$l$  und  $b$  sind die galaktischen Längen und Breiten.

wir den Mittelwert aller sechs Zahlen und betrachten wir die Gewichte als proportional mit der entsprechenden Zahl von Sternen, so bekommen wir  $q' = 0,675$ .

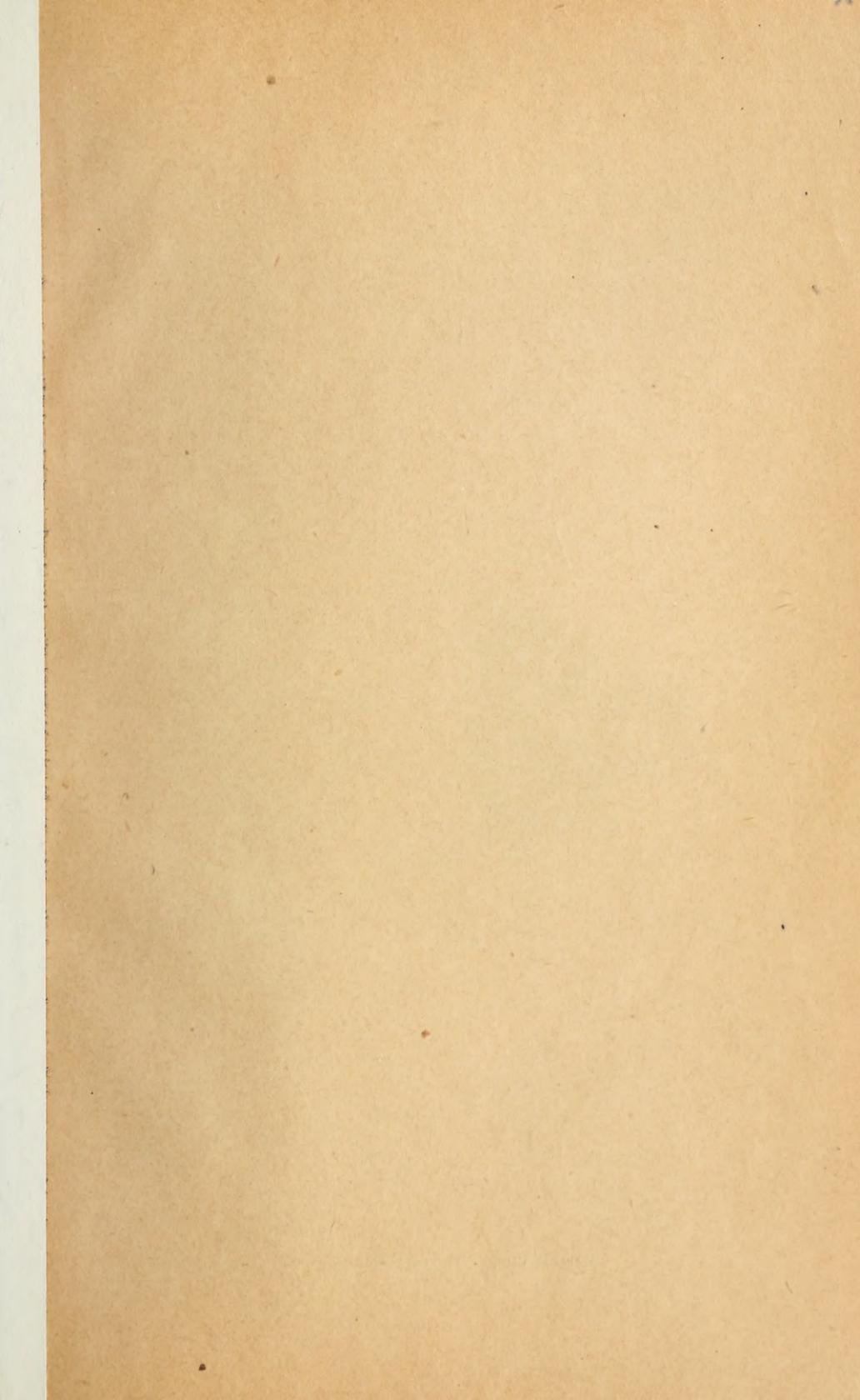
Aus den Momenten dritter und vierter Ordnung desselben Materials hatte WICKSELL den Wert 0,75 abgeleitet. Aus einer Vergleichung zwischen den mittleren Geschwindigkeiten der Sterne bis zu  $4^m,9$  erhielt GYLLENBERG den Wert 0,50.

Wir wollen vorläufig  $q' = 0,75$  als wahrscheinlichsten Wert annehmen.<sup>1</sup> Für diesen Wert und für  $q' = 1,00$  sind die Geschwindigkeitsellipsoide jedes Spektraltypus vollständig ausgerechnet worden. Tabelle 5 gibt eine Zusammenstellung der Resultate. Die Längen der Achsen sind in Siriometern ausgedrückt.

Wie aus der Tabelle 5 ersichtlich ist, stimmen die Richtungen der drei Achsen gut mit den Resultaten der Radialgeschwindigkeiten überein. Es ist aber auffallend, dass die aus den Eigenbewegungen abgeleitete Form der Ellipsoide eine charakteristische Abweichung von den Radialgeschwindigkeitsellipsoiden aufweist. Die ersteren zeigen eine ausgeprägte Abplattung in der Ebene der Milchstrasse und weiter tritt für alle Spektraltypen die Hauptvertexrichtung deutlich hervor. Die Annahme einer arbiträren Variation der mittleren Werte von  $\vartheta_1$  mit galaktischer Latitude bewirkt zwar, dass wir den Ellipsoiden eine beliebige Abplattung geben können,<sup>2</sup> die Übereinstimmung ist aber dadurch nur teilweise erfüllt. Nach den Radialgeschwindigkeiten zeigen die Projektionen der Geschwindigkeiten der Spektraltypen B und M in der Milchstrasse eine kreisförmige Verteilung. Die ausgeprägte Hauptvertexrichtung der Eigenbewegungen dieser Typen muss durch andere Umstände erklärt werden. Zu diesem Zwecke ist eine grössere Zahl von Radialgeschwindigkeiten nötig.

<sup>1</sup> Man vergleiche L. M., 78.

<sup>2</sup> Siehe WICKSELL, loc. cit., Seite 47, u. GYLLENBERG, loc. cit., Seite 58.





POC 3693-30

UNIVERSITY OF TORONTO  
LIBRARY  
PLEASE LEAVE THIS CARD  
IN BOOK POCKET

ALLES C WÄHLE BEWEGUNG DER STERNE

PASC

LOCATION



